

NOM :
Prénom :
Groupe :

Examen

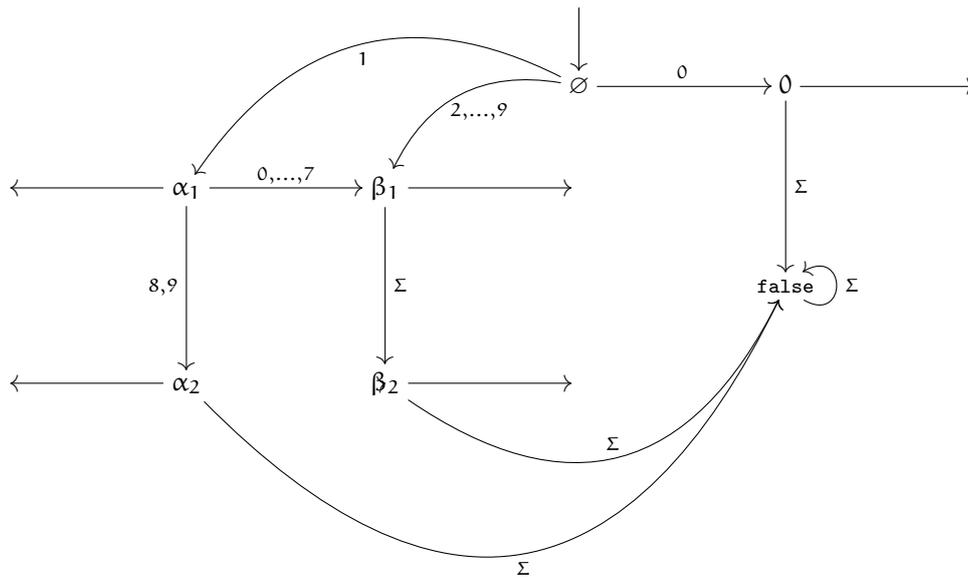
Graphes et langages

*La qualité de la rédaction ainsi que la propreté de la copie seront pris en compte dans l'évaluation.
La calculatrice n'est pas autorisée*

Exercice 1

20
min

Considérons l'automate suivant défini sur l'alphabet $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$



1. Donner la matrice de cet automate.

0.5

2. Cet automate est-il complet ?

0.5

3. Le mot 159 est-il reconnu par cet automate ?

0.25

4. Le mot 180 est-il reconnu par cet automate ?

0.25

5. Quels sont les mots reconnu par cet automate ?

1

Exercice 2

10
min

Utiliser la théorie des graphes pour résoudre ce problème. On justifiera toutes les étapes de construction et le nom du/des propriété(s) utilisée(s).

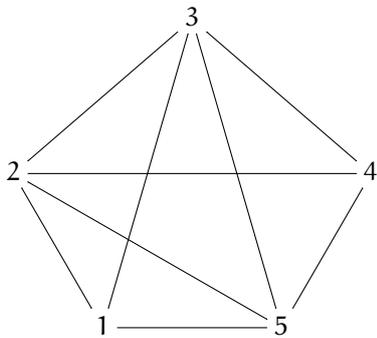
Comment tracer cinq segments sur une feuille de telle sorte que chaque segment en coupe exactement trois autres.

2

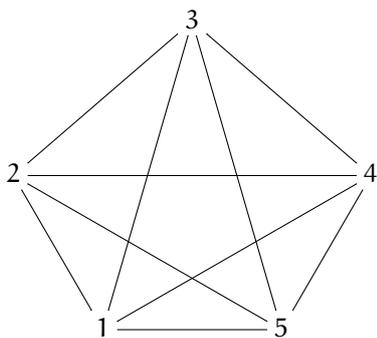
Exercice 3

15
min

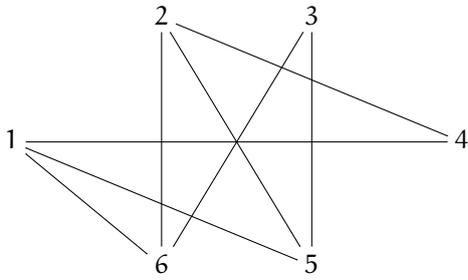
Lorsque cela est possible donner une représentation planaire des graphes suivants. Dans le cas contraire justifier l'impossibilité.



1



1



Exercice 4

15 min

Considérons le graphe \mathcal{G} dont la matrice booléenne est

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
a	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
b	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
c	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
d	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
e	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
f	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
h	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
j	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
k	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Appliquer l'algorithme de filtration par les sources pour déterminer une bonne numérotation ainsi que les couches de \mathcal{G} .

Som(\mathcal{G})	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
Num											
Pred											

0.5

$$\text{src}_1(\mathcal{G}) = \{ \quad \quad \quad \}$$

Som(\mathcal{G})	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
Num											
Pred											

0.25

$$\text{src}_2(\mathcal{G}) = \{ \quad \quad \quad \}$$

Som(\mathcal{G})	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
Num											
Pred											

0.25

$$\text{src}_3(\mathcal{G}) = \{ \quad \quad \quad \}$$

Som(\mathcal{G})	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
Num											
Pred											

0.25

$$\text{src}_4(\mathcal{G}) = \{ \quad \quad \quad \}$$

2. Sommet sélectionné : _____

0.25

Som	a	b	c	d	e	f	g	h	i
d_min									
som_proche									

3. Sommet sélectionné : _____

0.25

Som	a	b	c	d	e	f	g	h	i
d_min									
som_proche									

4. Sommet sélectionné : _____

0.25

Som	a	b	c	d	e	f	g	h	i
d_min									
som_proche									

5. Sommet sélectionné : _____

0.25

Som	a	b	c	d	e	f	g	h	i
d_min									
som_proche									

6. Sommet sélectionné : _____

0.25

Som	a	b	c	d	e	f	g	h	i
d_min									
som_proche									

7. Sommet sélectionné : _____

0.25

Som	a	b	c	d	e	f	g	h	i
d_min									
som_proche									

8. Sommet sélectionné : _____

0.25

Som	a	b	c	d	e	f	g	h	i
d_min									
som_proche									

9. Sommet sélectionné : _____

0.25

Som	a	b	c	d	e	f	g	h	i
d_min									
som_proche									

Donner les plus courts chemins partant de **b** ainsi que la distance parcourue :

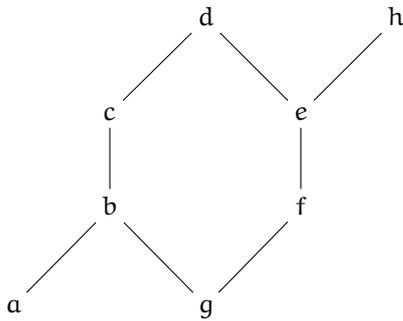
1

Sommet d'arrivé	a	b	c	d	e	f	g	h	i
Chemin minimal		b							
Distance parcourue		0							

Exercice 6

15 min

Considérons le graphe \mathcal{G} suivant



1. Appliquer l'algorithme de Brélaz à \mathcal{G}

1.5

Som(\mathcal{G})								
DSAT(x) ₁								
DSAT(x) ₂								
DSAT(x) ₃								
DSAT(x) ₄								
DSAT(x) ₅								
DSAT(x) ₆								
DSAT(x) ₇								
DSAT(x) ₈								
COULEUR								

2. Que peut-on dire sur le nombre chromatique de \mathcal{G} .

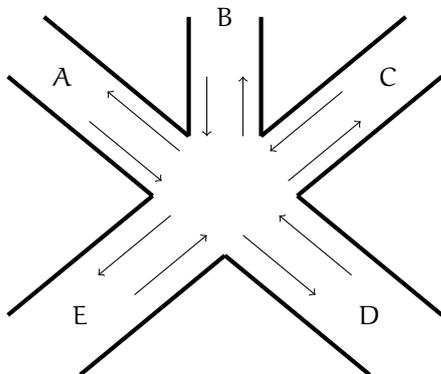
0.5

3. Donner la valeur exacte du nombre chromatique (attention ...).

1

Exercice 7

45 min



Des panneaux STOP régissaient ce carrefour. Aujourd'hui, le maire de la ville a fait placer des feux tricolores sur chacune des 5 voies. Vous devez programmer le cadencement des feux; c'est à dire quelles voies passent au vert tandis que d'autre sont au rouge. Les règles de la route à ce carrefour sont cependant limités :

Partant de la voie	A	B	C	D	E
on peut aller en	C,E	A,D,E	A,D	C,A	C,D

On parle de **franchissement** le couple représentant le passage d'une voie à une autre. Ainsi (B, A) est un franchissement tandis que (A, B) ne l'est pas.

Pour des raisons évidentes de sécurité routière, certains franchissement ne sont pas possible simultanément. Par exemple (A, C) et (B, E) ne sont pas des franchissements simultanés possible tout comme (A, D) et (E, D). Mais (A, C) et (A, E) sont simultanément possible tout comme (B, D) et (D, C). Les demi-tours ne sont pas permis.

