

NOM :  
Prénom :  
Groupe :

## Examen

### **Graphes et langages**

*La calculatrice, téléphone portable et tous documents sont interdits.  
Ce document est composé du sujet de l'examen ainsi que du support de réponse.  
En aucun cas il ne s'agit d'une feuille de brouillon.*



### Exercice 1

10  
min

Considérons l'alphabet  $\Sigma = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$  et l'automate  $\mathcal{A}$  à trois états A, B, C dont la matrice est

	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
$\rightarrow A$	B	B	B	A
B	C		C	A
C $\rightarrow$	A	A	A	

1. Donner les états initiaux et finaux. 0.5

2. Donner une représentation sagittale de  $\mathcal{A}$ . 1

3. Rappeler la définition d'un automate complet. L'automate  $\mathcal{A}$  est-il complet? 1

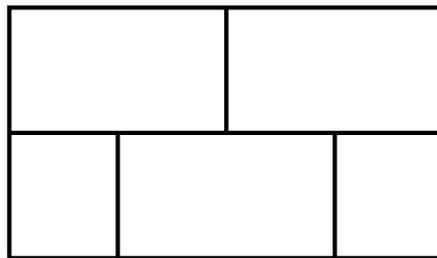
4. Compléter  $\mathcal{A}$ . Vous donnerez une représentation sagittale du complété de  $\mathcal{A}$ . 1

### Exercice 2

15  
min

Utiliser la théorie des graphes pour résoudre ce problème. Vous détaillerez précisément toutes les étapes de votre démarche. 2

Est-il possible de tracer une courbe, sans lever le crayon, qui coupe chacun des 16 segments de la figure suivante une et une seule fois?



### Exercice 3

10  
min

Considérons le graphe  $\mathcal{G}$  dont ma matrice booléenne est

	a	b	c	d	e	f	g	h
a	0	0	0	1	0	1	0	0
b	1	0	0	0	1	0	0	0
c	1	0	0	0	0	0	0	1
d	0	0	0	0	0	0	0	0
e	1	0	0	1	0	0	0	0
f	0	0	0	0	0	0	0	0
g	0	1	1	0	1	0	0	1
h	1	0	0	0	0	1	0	0

1. Appliquer l'algorithme de filtration par les sources et déterminer une bonne numérotation de  $\mathcal{G}$ .

<b>Som</b> ( $\mathcal{G}$ )	a	b	c	d	e	f	g	h	$\text{src}_1(\mathcal{G}) = \{ \quad \}$	0.5
Num										
Pred										
<b>Som</b> ( $\mathcal{G}$ )	a	b	c	d	e	f	g	h	$\text{src}_2(\mathcal{G}) = \{ \quad \}$	0.5
Num										
Pred										
<b>Som</b> ( $\mathcal{G}$ )	a	b	c	d	e	f	g	h	$\text{src}_3(\mathcal{G}) = \{ \quad \}$	0.5
Num										
Pred										
<b>Som</b> ( $\mathcal{G}$ )	a	b	c	d	e	f	g	h	$\text{src}_4(\mathcal{G}) = \{ \quad \}$	0.5
Num										
Pred										
<b>Som</b> ( $\mathcal{G}$ )	a	b	c	d	e	f	g	h	$\text{src}_5(\mathcal{G}) = \{ \quad \}$	0.5
Num										
Pred										

2. Donner la représentation par les couches de  $\mathcal{G}$ .

1

### Exercice 4

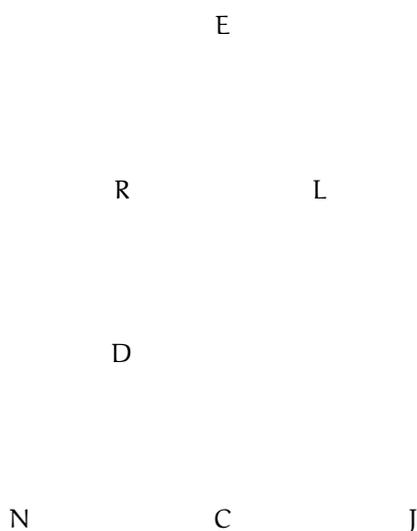
20  
min

Sept étudiants se sont rendus à la bibliothèque aujourd'hui (la bibliothèque est un endroit avec plein de livre). Le tableau suivant précise qui a rencontré qui ; la bibliothèque étant petite, deux étudiants présents au même moment se rencontrent nécessairement.

	Romain	Noël	Loïc	David	Eva	Chouchou	Jason
a rencontré	David, Eva	David, Eva, Chouchou, Jason	Eva, Jason	Romain, Noël, Eva	Romain, Noël, Loïc, David, Chouchou, Jason	Noël, Eva, Jason	Noël, Loïc, Eva, Chouchou

On considère le graphe  $\mathcal{G}$  où les sommets représentent les étudiants ; deux sommets étant reliés si les étudiants associés se sont rencontrés.

1. Donner une représentation sagittale planaire de  $\mathcal{G}$ .



2. Appliquer l'algorithme de Brélaz à  $\mathcal{G}$ .

2

<b>Som</b> ( $\mathcal{G}$ )								
DSAT( $x$ ) <sub>1</sub>								
DSAT( $x$ ) <sub>2</sub>								
DSAT( $x$ ) <sub>3</sub>								
DSAT( $x$ ) <sub>4</sub>								
DSAT( $x$ ) <sub>5</sub>								
DSAT( $x$ ) <sub>6</sub>								
DSAT( $x$ ) <sub>7</sub>								
COULEUR								

3. Donner la valeur exacte de  $\chi(\mathcal{G})$  le nombre chromatique de  $\mathcal{G}$ .

0.5

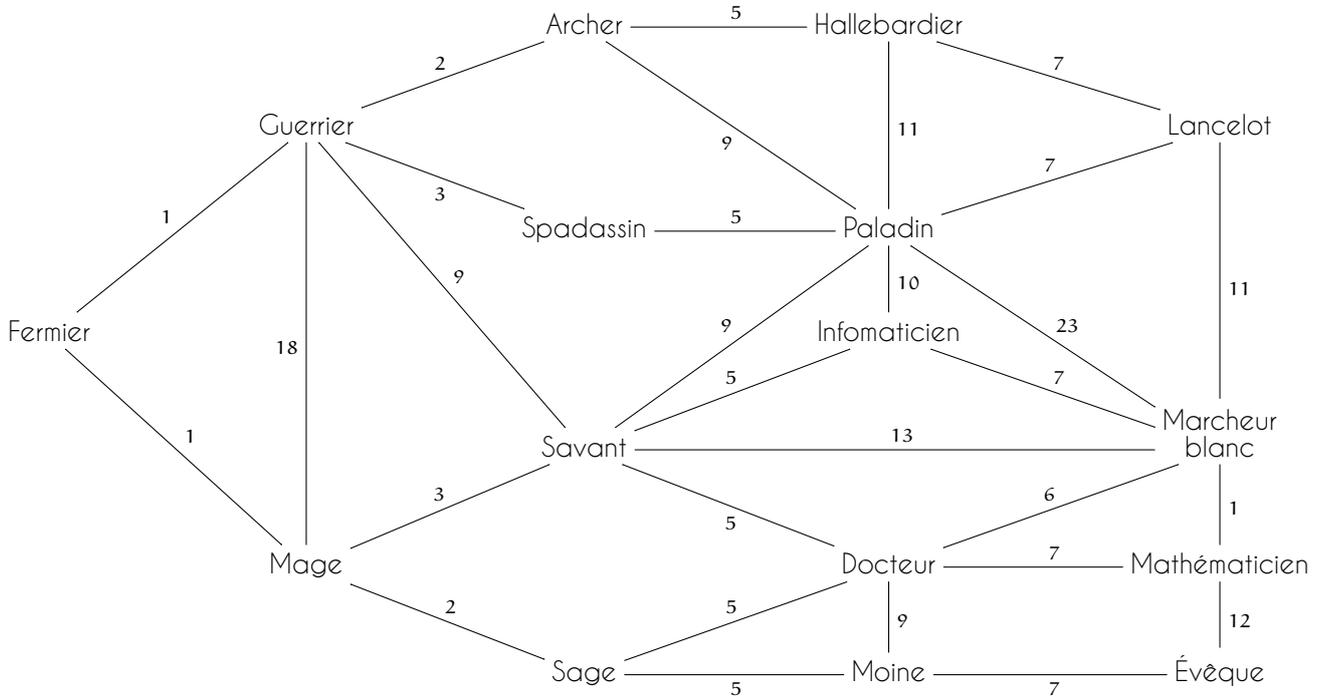
4. De combien de places assises minimum doit disposer la bibliothèque pour que chacun ait pu travailler correctement au cours de cette journée ? Justifier

0.5

**Le jeu des grapheurs - Première partie**

Vous incarnez un simple fermier embarqué dans une drôle d'aventure. Au cour de cette aventure vous gagnez un certain nombre de point d'expérience (XP) que vous pouvez dépenser pour augmenter certaines caractéristiques de votre personnage et le faire changer de catégorie.

Les différentes catégories sont représentées dans le graphe suivant, la valuation représentant le coût, en XP, pour passer d'une catégorie à l'autre.



Il est également possible d'effectuer un *RESET* ce qui permet de redevenir fermier mais de garder le capital d'XP acquis depuis le début de la partie.

1. Appliquer l'algorithme de Kruskal et déterminer un arbre couvrant de poids minimal. 1.5



Le poids de cet arbre est \_\_\_\_\_.



(j) Sommet sélectionné : \_\_\_\_\_

Som	F	G	Mg	A	Sp	Sv	Sg	H	P	I	D	Mo	L	Mb	Ma	E
d_min																
som_proche																

(k) Sommet sélectionné : \_\_\_\_\_

Som	F	G	Mg	A	Sp	Sv	Sg	H	P	I	D	Mo	L	Mb	Ma	E
d_min																
som_proche																

(l) Sommet sélectionné : \_\_\_\_\_

Som	F	G	Mg	A	Sp	Sv	Sg	H	P	I	D	Mo	L	Mb	Ma	E
d_min																
som_proche																

(m) Sommet sélectionné : \_\_\_\_\_

Som	F	G	Mg	A	Sp	Sv	Sg	H	P	I	D	Mo	L	Mb	Ma	E
d_min																
som_proche																

(n) Sommet sélectionné : \_\_\_\_\_

Som	F	G	Mg	A	Sp	Sv	Sg	H	P	I	D	Mo	L	Mb	Ma	E
d_min																
som_proche																

(o) Sommet sélectionné : \_\_\_\_\_

Som	F	G	Mg	A	Sp	Sv	Sg	H	P	I	D	Mo	L	Mb	Ma	E
d_min																
som_proche																

(p) Sommet sélectionné : \_\_\_\_\_

Som	F	G	Mg	A	Sp	Sv	Sg	H	P	I	D	Mo	L	Mb	Ma	E
d_min																
som_proche																

3

3. Quel est le nombre d'XP minimal nécessaire pour devenir un marcheur blanc ?

0.5

4. De combien d'XP aurez-vous besoin au minimum pour embrassez toutes les catégories du jeu ? Justifier.

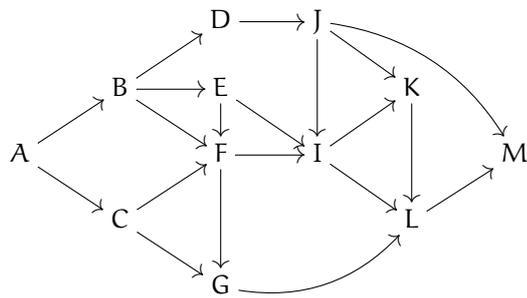
0.5

## Exercice 6

20  
min

### Le jeu des grapheurs - Seconde partie

Pour gagner des XP, deux joueurs se rencontrant s'affrontent au *jeu du graphe*, dont les règles sont détaillées ci-après.



- Le joueur avec le moins d'XP a le choix de commencer ou de laisser son adversaire commencer.
- Le jeu commence en A.
- Les joueurs vont, à tour de rôle, parcourir le graphe en sélectionnant une arête.
- Le perdant est le premier joueur à atteindre M.

1. Pourquoi le graphe précédent admet un noyau?

0.5

2. Donner le noyau du graphe.

1

3. Déterminer une stratégie non perdante pour le *jeu du graphe*.

1

4. Vous débutez une partie, vous êtes fermier et vous rencontrez un marcheur blanc, quelle est votre stratégie?

∞