

# Degrés

## Exercice 1

Déterminer tous les graphes orientés  $\mathcal{G}$  ayant les demi-degrés suivants :

1. 

$\text{Som}(\mathcal{G})$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\epsilon$
$d^{+1}(\bullet, \mathcal{G})$	2	3	1	0	3
$d^{-1}(\bullet, \mathcal{G})$	3	0	3	0	4

2. 

$\text{Som}(\mathcal{G})$	1	2	3	4	5	6
$d^{+1}(\bullet, \mathcal{G})$	2	3	1	0	3	2
$d^{-1}(\bullet, \mathcal{G})$	3	0	3	0	5	0

3. 

$\text{Som}(\mathcal{G})$	a	b	c	d	e	f
$d^{+1}(\bullet, \mathcal{G})$	1	3	2	0	1	0
$d^{-1}(\bullet, \mathcal{G})$	0	2	2	0	3	0

## Exercice 2

1. Est-il possible de relier 5 ordinateurs de telle sorte que chacun ne soit connecté qu'à 2 autres machine? Si oui proposer une configuration.
2. Est-il possible de relier 5 ordinateurs de telle sorte que chacun ne soit connecté qu'à 3 autres machine? Si oui proposer une configuration.
3. Est-il possible de relier 6 ordinateurs de telle sorte que chacun ne soit connecté qu'à 3 autres machine? Si oui proposer une configuration.

## Exercice 3

Montrer que dans un groupe de personnes, il y a toujours deux personnes ayant le même nombre d'amis présents.

## Exercice 4

Comment tracer 5 segments sur une feuille de telle manière que chaque segment en coupe exactement 3 autres?

## Exercice 5

Un groupe de personne est tel que :

- chaque personne est membre de exactement deux associations,
- chaque association comprend exactement trois membres,
- deux associations quelconques ont toujours exactement un membre en commun.

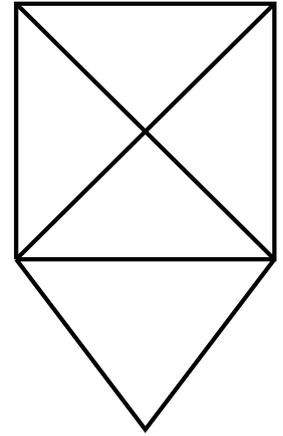
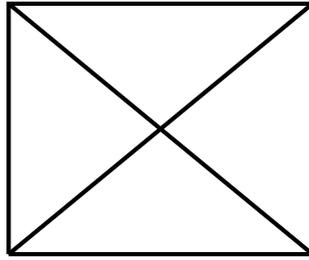
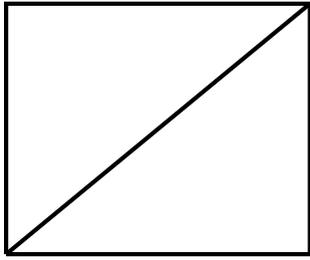
Combien y a-t-il de personnes et d'associations?

## Exercice 6

Dessiner un graphe non orienté a au moins deux sommets, tel que tous les sommets ont des degrés distincts.

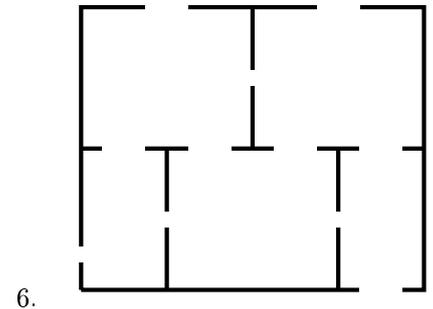
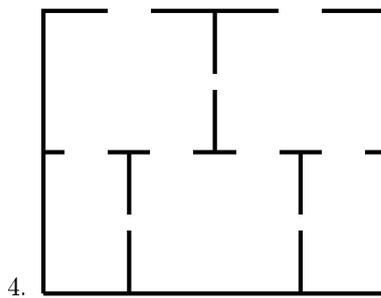
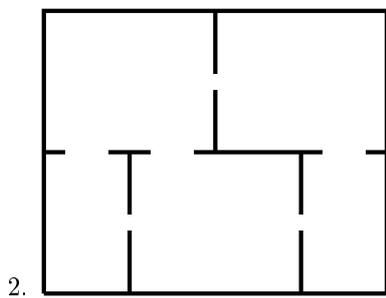
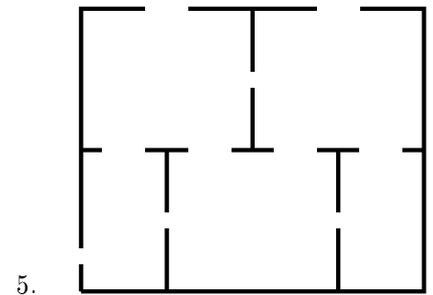
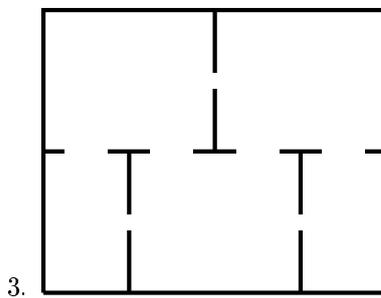
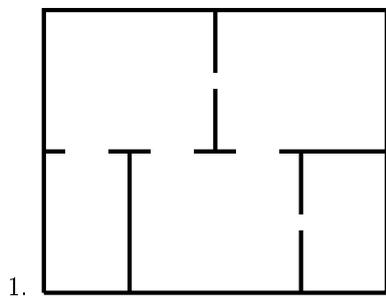
## Exercice 7

Reproduire ces dessins sans lever le crayon du papier et sans passer deux fois par la même arête.



### Exercice 8

Voici les plans de plusieurs maisons. Pour chacune d'elle dire s'il est possible de la traverser en passant une et une seule fois par chaque porte et en revenant dans la pièce de départ.



### Exercice 9

Professeur Layton et l'appel du spectre.

113

75 / 75 Picarats

0 : 282

Le marché est traversé par de nombreuses allées. Un homme cherche désespérément un moyen de le parcourir de l'entrée à la sortie en empruntant chaque segment une seule fois.

Après avoir étudié méticuleusement la configuration des lieux, celui-ci déclare forfait.

Tracez l'allée qui rendrait cela possible. La nouvelle allée doit commencer et finir à des angles ou intersections existants.



### Exercice 10

On dispose d'un fil de fer de 120 centimètres. Est-il possible de préparer la carcasse d'un cube de 10 centimètres d'arête sans couper le fil ? Si oui, proposer une solution, sinon indiquer le nombre au minimum qu'il faut couper le fil de fer.

### Exercice 11

Soit  $n \in \mathbb{N}_{>0}$ . Le roi Arthur fait s'asseoir ses  $2n$  chevaliers autour de la table ronde. Chacun des chevaliers possède au plus  $n-1$  ennemis parmi les autres chevaliers (et cela est toujours réciproque). Prouver que Merlin peut trouver un arrangement des  $2n$  chevaliers de sorte qu'aucun ne soit assis à côté de ses ennemis (seul des chevaliers s'assoient à la table ronde!).

### Exercice 12

Dans un tableau à dix lignes et dix colonnes, on place les chiffres de 0 à 9 ; chaque chiffre apparaissant exactement dix fois.

Prouver qu'il existe une ligne ou une colonne avec trois chiffres différents.