

TD1 - Calcul propositionnel

Exercice 1

Exprimer les phrases suivantes à l'aide de connecteur logique et des propositions p = "Nicolas a attrapé tous les pokémons de type électrique" et q = "Nicolas a attrapé tous les pokémons de type vole".

1. Nicolas a attrapé tous les pokémons de type vole et de type électrique.
2. Nicolas a attrapé tous les pokémons de type électrique donc les pokémons de type vole.
3. Nicolas n'a attrapé aucun pokémon de type vole et aucun pokémon de type électrique.
4. Nicolas a attrapé tous les pokémons de type vole mais aucun pokémon de type électrique
5. Si Nicolas a attrapé tous les pokémons de type électrique alors il a attrapé tous les pokémons de type vole.
6. Nicolas a attrapé soit les pokémons de type vole soit les pokémons de type électrique.

Exercice 2

Quelles sont les manières de placer les parenthèses dans l'expression $\neg p \vee q \wedge \neg r$? On comparera les tables de vérité de ces propositions.

Exercice 3

Donner les tables de vérités des propositions suivantes.

1. $q \Rightarrow (p \Leftrightarrow r)$
2. $(p \vee q) \wedge ((p \wedge q) \Rightarrow r)$
3. $((p \Leftrightarrow q) \Rightarrow r) \wedge (r \Rightarrow (q \vee q))$
4. $\neg((p \Rightarrow q) \wedge r)$

Exercice 4

En utilisant les tables de vérité, montrer que les propositions suivantes sont égales.

1. $(p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)$ et $p \Rightarrow (q \vee r)$
2. $(p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$ et $(p \wedge q) \Rightarrow r$

Exercice 5

Les expressions suivantes sont-elles des tautologies?

1. $((p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)) \Leftrightarrow (p \Rightarrow (q \wedge r))$
2. $((p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)) \Leftrightarrow ((p \vee q) \Rightarrow r)$

Exercice 6

Simplifier les propositions suivantes.

1. $(\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q)$
2. $\neg r \wedge (\neg r \vee (p \wedge \neg r \wedge (q \vee p)))$
3. $(\mathcal{V} \Rightarrow p) \Leftrightarrow p$
4. $(\neg p \Rightarrow q) \Rightarrow q$
5. $\neg p \Rightarrow (\neg q \vee r)$
6. $q \Rightarrow (p \vee \neg r)$
7. $(p \vee q) \Rightarrow (q \Rightarrow \neg q)$
8. $((p \wedge q) \Rightarrow \neg q) \wedge ((p \wedge \neg q) \rightarrow q)$

Exercice 7

André, Bernard et Claude exercent chacun une profession différente : pharmacien, dentiste ou chirurgien. Sachant que les trois implications suivantes sont vraies, trouver la profession de chacun :

- Si A est chirurgien alors B est dentiste.
- Si A est dentiste alors B est pharmacien.
- Si B n'est pas chirurgien alors C est dentiste.

Exercice 8

On note \mathbb{W} le *ou exclusif*, dont la table de vérité est

p	q	$p\mathbb{W}q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

1. Montrer à l'aide d'une table de vérité que $p\mathbb{W}q = (p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$.
2. En vous servant du résultat précédent et des règles CANDIMATICA montrer les formules suivantes.
 - (a) $p\mathbb{W}p = 0$
 - (b) $p\mathbb{W}0 = p$
 - (c) $p\mathbb{W}1 = \neg p$
 - (d) $p\mathbb{W}\neg p = 1$
 - (e) $p\mathbb{W}q = q\mathbb{W}p$
 - (f) $p\mathbb{W}(q\mathbb{W}r) = (p\mathbb{W}q)\mathbb{W}r$
 - (g) $(p\mathbb{W}q = 0) \Leftrightarrow (p = q)$
 - (h) $\neg(p\mathbb{W}q) = (\neg p)\mathbb{W}q = p\mathbb{W}(\neg q) = (\neg p)\mathbb{W}(\neg q)$
 - (i) $(p\mathbb{W}q = r) \Rightarrow (q\mathbb{W}r = p)$