TD5 - Relations

Relations

Exercice 1

Donner la représentation sagittale bipartie et matricielle des relations suivantes de X sur Y définies par $\mathcal{U}$.

1. $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b\}$, $\mathcal{U} = \{(1, a), (1, b), (2, b), (3, b)\}$
2. $X = \{1, 2\}$, $Y = \{a, b, c\}$, $\mathcal{U} = \{(1, a), (1, b), (2, b), (2, c)\}$
3. $X = \{1, 2\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$, $\mathcal{U} = \{(1, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (1, 4)\}$
4. $X = \{a, b, c, d\}$, $Y = \{1, 2, a, 4\}$, $\mathcal{U} = \{(a, a), (b, 1), (b, 2), (c, a), (c, 4)\}$

Exercice 2

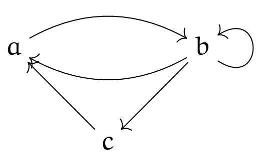
Donner la représentation sagittale et matricielle des relation internes suivantes de E définies sur $\mathcal{U}$.

1. $E = \{1, 2, 3, 4\}$, $\mathcal{U} = \{(1, 1), (1, 2), (2, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 3), (4, 4)\}$
2. $E = \{1, 2, 3, 4\}$, $\mathcal{U} = \{(1, 2), (2, 1), (3, 1), (3, 2)\}$
3. $E = \{1, 2, 3, 4\}$, $\mathcal{U} = \{(1, 1), (1, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 4)\}$
4. $E = \{1, 2, 3, 4\}$, $\mathcal{U} = E \times E$
5. $E = \{1, 2, 3, 4\}$, $\mathcal{U} = \varnothing$

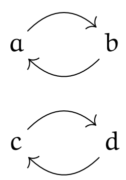
Exercice 3

Donner les matrices des relations suivantes.

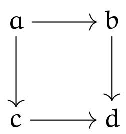
1.



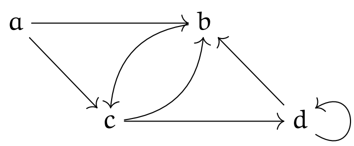
2.



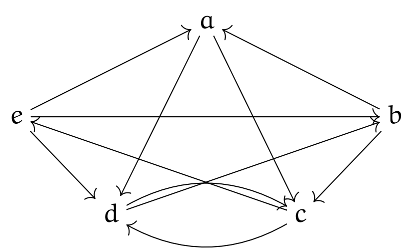
3.



4.



5.



Exercice 4

Soit $E = \{a, b\}$.

1. Combien de realtion interne peut-on définir sur E ? Justifier.
2. Pour chacune d'elle :
   - Donner une représentation saggitale.
   - Donner leur matrice booléenne
   - Indiquer leur propriété (STAR).
   - Indiquer celle qui sont des relations d'équivalences ou d'ordre.

Exercice 5

Soit E un ensemble non vide et A une partie de E. On définit la relation $\mathcal{R}$ dans E par :

$$x\mathcal{R}y \iff ((\{x, y\} \in A) \vee (\{x, y\} \in A))$$

Montrer que $\mathcal{R}$ est une relation d'équivalence.

Exercice 6

On définit la relation $\mathcal{R}$ dans $[\![1;10]\!]$ par :

$$x\mathcal{R}y \iff (\exists k \in \mathbb{N}, \quad x+y=2k)$$

Montrer que $\mathcal{R}$ est une relation d'équivalence.

Exercice 7

On considère la relation interne $\mathcal{R}$ sur $E = \{a, b, c, d\}$ définie par $\mathcal{U} = \{(a, a), (a, d), (b, b), (b, c), (c, a), (c, c), (d, d)\}$.

1. Donner la liste des propriétés (STAR) vérifiées par $\mathcal{R}$.
2. Combien de couple minimum faut-il rajouter à $\mathcal{U}$ pour que $\mathcal{R}$ soit une relation d'ordre ? Lesquels sont-ils ?

Exercice 8

Compléter le tableau suivant en indiquant par vrai ou faux les propriétés (STAR) vérifiés par les relations.

Ensemble	Relation	Réfléxivité	Transitivité	Symétrie	Antisymétrie
$\mathbb{N}$	Divise				
$\mathcal{P}(E)$	$\subseteq$				
Plan	Parallélisme des droites				
Plan	Orthogonalité des droites				
Espace	Coplanarité des droites				
$\mathbb{Z}$	Conguence modulo n				
$\mathbb{R}$	$\leqslant$				
$\mathbb{R}$	$<$				