

Formulaire - Séries

Équivalents

Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$.

- | | | |
|--|--|--|
| 1. $\forall \alpha \in \mathbb{R}^*, (1+u_n)^\alpha - 1 \sim \alpha u_n$ | 4. $\sqrt{1+u_n} - 1 \sim \frac{1}{2} u_n$ | 8. $1 - \cos(u_n) \sim \frac{u_n^2}{2}$ |
| 2. $\frac{1}{1-u_n} - 1 \sim u_n$ | 5. $e^{u_n} - 1 \sim u_n$ | 9. $\tan(u_n) \sim u_n$ |
| 3. $\frac{1}{1+u_n} - 1 \sim -u_n$ | 6. $\ln(1+u_n) \sim u_n$ | 10. $n! \sim \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n$ |
| | 7. $\sin(u_n) \sim u_n$ | |

- | | |
|--|---|
| (i). $[(a \sim b) \wedge (c \sim d)] \Rightarrow (ac \sim bd)$ | (v) $\left(\left(\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0 \right) \wedge (a \sim b) \right) \rightarrow (\ln(a) \sim \ln(b))$ |
| (ii). $[(a \sim b) \wedge (c \sim d)] \Rightarrow \left(\frac{a}{c} \sim \frac{b}{d} \right)$ | |
| (iii). $u \sim v \Rightarrow u^\alpha \sim v^\alpha$ | (vi) $\left(\left(\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \infty \right) \wedge (a \sim b) \right) \rightarrow (\ln(a) \sim \ln(b))$ |
| (iv). $e^u \sim e^v \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n - v_n = 0$ | |

Théorème

Soient u et v deux suites non nulle à partir d'un certain rang tendant vers 0.

Si $u \sim v$ alors $\sum u$ et $\sum v$ sont de même nature.

Critères

Critère grossier : si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l \neq 0$ alors $\sum u_n$ ne converge pas.

Critère de Riemann : $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha} = \begin{cases} \text{convergente, } & \text{si } \alpha > 1 \\ \text{divergente, } & \text{si } \alpha \leq 1 \end{cases}$

Critère de d'Alembert : si $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = l$ alors $\sum_{n=0}^{\infty} u_n = \begin{cases} \text{convergente, } & \text{si } l < 1 \\ \text{divergente, } & \text{si } l > 1 \end{cases}$

Critère de Cauchy : si $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{u_n} = l$ alors $\sum_{n=0}^{\infty} u_n = \begin{cases} \text{convergente, } & \text{si } l < 1 \\ \text{divergente, } & \text{si } l > 1 \end{cases}$