TD3 - Séries

Exercice

Déterminer la nature des séries de terme générale suivante.

1. $\cos\left(\frac{1}{n}\right)$
2. $\sin\left(\frac{1}{n}\right)$
3. $\tan\left(\frac{1}{n}\right)$
4. $\frac{n^2+1}{n^3}$
5. $\frac{3n+1}{n^3}$
6. $\frac{-n}{\sqrt{n}+1}$
7. $\frac{3n^2-5}{\sqrt{n}}$
8. $\frac{n}{4n^2-3}$
9. $\frac{\ln(n)}{n}$
10. $\frac{n!}{n^n}$
11. e^{-n}
12. $\left(\frac{2n+1}{3n-2}\right)^n$
13. $e^{\sin(n)}$
14. $\frac{2\times 4\times 6\times\cdots\times 2n}{n^n}$
15. $\frac{1}{n-\ln(n)}$
16. $\frac{1}{e^n-n}$
17. $\frac{1}{\binom{2n}{n}}$

Exercice

Calculer les valeurs exactes des séries convergentes de terme générale suivante.

1. $u_n = \frac{9}{10^n}$
2. $u_n = \frac{3^n}{4^{n+2}}$
3. $u_n = 2^{-n} + \frac{1}{3}5^{-n}$
4. $u_n = 2^{-n} - 5^{-n}$
5. $u_n = \frac{2}{4n^2-1}$
6. $u_n = \frac{2}{n^2-1}$
7. $u_n = \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$

Exercice

Pour rappel que si une variable aléatoire réelle X suit une loi géométrique alors pour tout $k \in \mathbb{N}_{>0}$,

$$\mathbb{P}(X=k) = (1-p)^k p$$

1. Montrer que la somme des probabilités d'une loi géométrique de paramètre $p \in [0;1]$ vaut 1.
2. (a) Soit $x \in [0;1[$, déterminer la valeur exacte de la série $\sum_{k=0}^{+\infty} x^k$.

   (b) En dérivant l'expression précédente (on suppose que cela est possible), calculer l'espérance d'une loi géométrique.
3. En adaptant le raisonnement précédent calculer la variance d'une loi géométrique.