# Méthode des deux phases

## Exercice 1

Considérons le problème linéaire suivant

$$\left\{\begin{array}{rcl} 3x+y & \leqslant & 3 \\ x+y & \geqslant & 1 \\ \mathrm{Max}(2x+y) & & \end{array}\right.$$

1. Résoudre ce problème par la méthode graphique.
2. Pourquoi la méthode du simplexe ne fonctionne pas ?
3. Appliquer l'algorithme des deux phases pour déterminer une éventuelle solution au problème.

## Exercice 2

On considère les 4 problèmes linéaires suivants, où $x$ et $y$ désigne dans chaque cas des variables réelles positives.

$$PL_1 : \left\{\begin{array}{rcl} x+4y & \leqslant & 16 \\ x & \leqslant & 4 \\ x+y & = & 5 \\ \mathrm{Max}(2x+3y) & & \end{array}\right.$$

$$PL_3 : \left\{\begin{array}{rcl} x+4y & = & 16 \\ x & \leqslant & 4 \\ x+y & \geqslant & 5 \\ \mathrm{Max}(2x+3y) & & \end{array}\right.$$

$$PL_2 : \left\{\begin{array}{rcl} x+4y & \geqslant & 16 \\ x & = & 4 \\ x+y & \leqslant & 5 \\ \mathrm{Max}(2x+3y) & & \end{array}\right.$$

$$PL_4 : \left\{\begin{array}{rcl} x+4y & = & 16 \\ x & = & 4 \\ x+y & \leqslant & 5 \\ \mathrm{Max}(2x+3y) & & \end{array}\right.$$

1. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, tracer les droites d'équation, $x+4y=16$, $x=4$ et $x+y=5$ (on se limitera à $x \in [0;5]$).
2. Par lecture graphique, discuter suivant l'existence d'une solution de chacun des problèmes linéaires.
3. Appliquer l'algorithme des deux phases.
4. Quelles observations, à l'issu de la phase 1 pouvez-vous faire ?

## Exercice 3

Considérons le problème linéaire suivant

$$\left\{\begin{array}{rcl} x-y & \geqslant & 0 \\ x+y & \leqslant & 2 \\ y & \geqslant & 1 \\ \mathrm{Max}(2x+y) & & \end{array}\right.$$

1. Résoudre ce problème par la méthode graphique.
2. Peut-on déduire l'issue de la première phase ?
3. Appliquer l'algorithme des deux phases pour déterminer une éventuelle solution au problème.

**Exercice 4**

Déterminer si possible les solutions des problèmes linéaires suivants.

1. $$\begin{cases} x+4y \leqslant 16 \\ x \leqslant 4 \\ x+y \geqslant 5 \\ \mathrm{Max}(2x+3y) \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} y \leqslant 1 \\ 3x+y \geqslant 2 \\ x \leqslant 4 \\ \mathrm{Max}(x+2y) \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} x+y \leqslant 1 \\ x-y = 0 \\ \mathrm{Max}(2x+y) \end{cases}$$

4. $$\begin{cases} x-y \geqslant 0 \\ x+y \leqslant 3 \\ y \geqslant 1 \\ \mathrm{Max}(2x+y) \end{cases}$$

5. $$\begin{cases} x-y \leqslant 0 \\ x+y \geqslant 3 \\ y \geqslant 1 \\ \mathrm{Max}(x) \end{cases}$$

6. $$\begin{cases} y \leqslant 1 \\ x-y \leqslant 0 \\ x+y \geqslant 3 \\ \mathrm{Max}(x) \end{cases}$$

7. $$\begin{cases} 3x-y \geqslant 0 \\ -x+y \leqslant 0 \\ 2x-y = 0 \\ x \leqslant 2 \\ \mathrm{Max}(x+y) \end{cases}$$

8. $$\begin{cases} x-y \geqslant 2 \\ 5x+2y \leqslant 31 \\ x-3y \leqslant 13 \\ 4x+y \geqslant 13 \\ \mathrm{Max}(x+3y) \end{cases}$$

9. $$\begin{cases} 3x+y+z = 3 \\ x-y+z = 1 \\ \mathrm{Max}(x+y+z) \end{cases}$$

10. $$\begin{cases} x+2y+3z = 4 \\ x+6z = 5 \\ \mathrm{Max}(y+3z) \end{cases}$$

11. $$\begin{cases} -x+y-z \leqslant -1 \\ x \leqslant 2 \\ x+y-z \geqslant 2 \\ \mathrm{Min}(-x-y+z) \end{cases}$$

12. $$\begin{cases} y+z \leqslant 0 \\ x-2y+2z = 1 \\ -5x+y+z \geqslant 2 \\ \mathrm{Max}(x+y+z) \end{cases}$$

13. $$\begin{cases} x-y+z \geqslant 2 \\ x+y-z \geqslant 2 \\ 3x+y-z \leqslant 10 \\ \mathrm{Max}(x+2y-2z) \end{cases}$$

14. $$\begin{cases} x-2y+z \leqslant 7 \\ x+5y = 0 \\ x-2z \geqslant 1 \\ \mathrm{Max}(x+y+z) \end{cases}$$