

# Séries de Fourier

## Exercice

Soit  $f$  la fonction  $2\pi$ -périodique et impaire tel que  $f(0) = 0$  et  $f(x) = 1$  si  $x \in ]0; \pi[$ .

1. Déterminer ses coefficients de Fourier
2. En déduire la valeurs des séries suivantes.

$$(a) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}$$

$$(b) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$$

## Exercice

Soit  $f$  la fonction  $2\pi$ -périodique tel que  $f(x) = e^x$  pour  $x \in [-\pi; \pi[$ .

1. Déterminer ses coefficients de Fourier.
2. En déduire la valeurs de séries suivantes.

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+1}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$$

## Exercice

Soit  $f$  la fonction  $2\pi$ -périodique tel que  $f(x) = (x - \pi)^2$  pour  $x \in [0; 2\pi[$ .

1. Déterminer ses coefficients de Fourier.
2. En déduire la valeurs de séries suivantes.

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

## Exercice

Soit  $f$  la fonction  $2\pi$ -périodique paire tel que  $f(x) = 1 - \frac{2x}{\pi}$  pour  $x \in [0; \pi[$ .

1. Déterminer ses coefficients de Fourier.
2. En déduire la valeurs de séries suivantes.

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$$

## Exercice

Soit  $f$  la fonction  $2\pi$ -périodique impaire tel que  $f(x) = x(\pi - x)$  pour  $x \in [0; \pi[$ .

1. Déterminer ses coefficients de Fourier.
2. En déduire la valeurs de séries suivantes.

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^3}$$

$$(b) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^6}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^6}$$