

Séries de Fourier

Exercice

Soit f la fonction 2π -périodique et impaire tel que $f(0) = 0$ et $f(x) = 1$ si $x \in]0; \pi[$.

1. Déterminer ses coefficients de Fourier
2. En déduire la valeurs des séries suivantes.

$$(a) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}$$

$$(b) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$$

Exercice

Soit f la fonction 2π -périodique tel que $f(x) = e^x$ pour $x \in [-\pi; \pi[$.

1. Déterminer ses coefficients de Fourier.
2. En déduire la valeurs de séries suivantes.

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+1}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$$

Exercice

Soit f la fonction 2π -périodique tel que $f(x) = (x - \pi)^2$ pour $x \in [0; 2\pi[$.

1. Déterminer ses coefficients de Fourier.
2. En déduire la valeurs de séries suivantes.

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

Exercice

Soit f la fonction 2π -périodique paire tel que $f(x) = 1 - \frac{2x}{\pi}$ pour $x \in [0; \pi[$.

1. Déterminer ses coefficients de Fourier.
2. En déduire la valeurs de séries suivantes.

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$$

Exercice

Soit f la fonction 2π -périodique impaire tel que $f(x) = x(\pi - x)$ pour $x \in [0; \pi[$.

1. Déterminer ses coefficients de Fourier.
2. En déduire la valeurs de séries suivantes.

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^3}$$

$$(b) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^6}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^6}$$