

NOM :
Prénom :
Groupe :

Examen

Mathématiques DAEU - B

- *La calculatrice est autorisée.*
- *Tous documents, téléphones portables, et tout moyen de communication sont prohibés à l'exception du formulaire distribué.*
- *Ce document est composé du sujet de l'examen ainsi que du support de réponse.*
- *Il ne s'agit en aucun cas d'une feuille de brouillon.*
- *Vous êtes autorisé à pleurer (en silence).*
- *Assurez-vous de ne pas laisser tomber vos larmes sur la copie.*
- *Position fœtale permise.*
- *L'utilisation du 49.3 ne permet pas de résoudre les problèmes.*
- *Le talent ne vous sauvera pas.*
- *Le port du gilet jaune est autorisé mais vous serez pénalisé si vous incendiez le sujet.*
- *Le port du masque est obligatoire, étouffez vos sanglots avec pour ne pas déranger vos camarades.*

Exercice 110
min

Chaque nombre de gauche est égale à un et un seul nombre de droite. Reliez deux nombres lorsqu'ils sont égaux.

3

$\ln(121)$ •	• $-\ln(3) - 2\ln(2)$
$\ln(8)$ •	• $3\ln(2)$
$\ln\left(\frac{3}{4}\right)$ •	• $\ln(3) + 2\ln(2)$
$\ln(12)$ •	• $\ln(2) - \ln\left(\frac{1}{5}\right)$
$\ln(10)$ •	• $4\ln(\sqrt{11})$
$\ln(12^{-1})$ •	• $\ln(3) - 2\ln(2)$

Exercice 210
min

Calculez les limites suivantes. Aucune justification n'est attendue.

3

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) =$

4. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\ln(x))^{2021} =$

7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\ln(x)} =$

2. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\ln(x)} =$

5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln(x) =$

8. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\ln(x)} =$

3. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\ln(x))^2 =$

6. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) =$

9. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\ln\left(\frac{1}{x}\right)} =$

Exercice 310
min

Problème de Nicolat Chuquet.

Des frères se partagent un héritage. Le premier prend 100 euros et 10% du reste. Le second prend 200 euros et 10% du nouveau reste. Le troisième prend 300 euros et 10% du nouveau reste et ainsi de suite jusqu'au dernier. Ils ont alors chacun la même part.

A combien se monte l'héritage et combien y a-t-il de frères ?

3

(c) Montrer que $f(x) = 2 - 2x - \frac{1}{x-3}$.

0.5

(d) En déduire l'équation d'une asymptote oblique.

1

6. Dessiner l'allure de la courbe sur l'intervalle $[-6; 14]$ aussi proprement que faire ce peu.

2.5



Exercice 5

10
min

Déterminer à l'aide de la calculatrice, un encadrement à 10^{-3} de l'unique solution de l'équation $x \ln(x) + \frac{e^{x^2}}{x^2 + 1} = 3$.

2.5

Le but du problème est d'étudier la fonction $f(x) = \frac{e^x + x}{e^x - 1}$

Partie A. On considère la fonction $g(x) = xe^x + 1$ définie sur \mathbb{R} .

1. Déterminer la valeur exacte et la valeur approchée au centième de $g(-1)$. 0.5

2. Calculer $g'(x)$. 1

3. Dresser le tableau de variation de la fonction g . Il n'est pas nécessaire de calculer les limites. 0.5

4. En déduire le signe de la fonction g . 0.5

Partie B.

1. Quel est le domaine de définition de la fonction f . Justifier brièvement. 0.5

2. Calcul des limites.
 - (a) Déterminer la limite de f en $-\infty$. 0.5

 - (b) Montrer que $f(x) = \frac{1 + \frac{x}{e^x}}{1 - \frac{1}{e^x}}$. En déduire la limite de f en $+\infty$. Justifier. 0.5

- (c) Déterminer les limites en 0^+ et 0^- . Aucune justification n'est attendue. 0.5
- (d) Conclure sur l'éventuelle existence d'asymptote, horizontale ou verticale, de la courbe représentative de la fonction f . 0.5
3. Montrer que $f'(x) = -\frac{g(x)}{(e^x - 1)^2}$. 0.5
4. dresser le tableau de variation de f . 0.5
5. Montrer que la droite d'équation $y = -x$ est une asymptote oblique à la courbe représentative de la fonction f en $-\infty$. 1
6. Donner l'équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f en -1 . 0.5

Exercice 720
min

On tire 4 cartes simultanément d'un jeu de carte classique. Pour rappel un tel jeu est composé de 52 cartes.

- Deux couleurs : les rouges et les noires - 26 cartes par couleurs
- Quatre familles : trèfle, pique, carreau et cœur - 13 cartes par famille. Les et carreaux sont rouges les autres noires
- Chaque famille est composée des cartes de un (dis as), deux, trois etc jusqu'à 10 puis du valet, de la dame et du roi

1. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants.

A : "On obtient au moins une carte rouge",

1

B : "On obtient exactement quatre rois",

1

C : "On obtient exactement un trèfle".

1

D : "On obtient au plus un as".

1

2. Calculer la probabilité de $C \cap D$.

1

3. Les évènements D et C sont-ils indépendants ?

1